DEMOSTRACIONES EXPERIMENTALES DE FÍSICA

En busca del foco de Van Eyck. Medir la curvatura de un famoso espejo convexo del siglo XV · Sara M. Alonso Ruiz y Raúl Suárez García

Esta experiencia ha sido galardonada con el PRIMER PREMIO en la categoría Demostraciones de Física de los Premios a la Labor Docente en el Fomento de la Experimentación en Física y Química.

Esta demostración nace de un cuadro. En el *Retrato de Giovanni Arnolfini y su esposa* (Jan van Eyck, 1434) hay un pequeño espejo convexo que devuelve la habitación entera. Un ejercicio de nuestro libro de texto de 2.º Bachillerato da las medidas del cuadro y pide calcular el radio de curvatura de ese espejo. Con sus datos sale $R \approx 77$ cm. Nosotros medimos espejos convexos reales para preguntarnos si ese número puede ser cierto. Con ello se pretende que el alumnado:

- **Distinga imagen real de imagen virtual por sus consecuencias**, no por su definición: viendo en directo que la imagen de un espejo cóncavo se recoge en una pantalla y la de uno convexo no.
- **Comprenda cómo se mide lo que no se puede tocar**: la imagen virtual se fotografía, se mide sobre la foto y de cada fotografía se despeja la focal con la ecuación del espejo.
- **Trate una medida como lo que es**: un conjunto de valores con dispersión. La media de las focales de cada foto y su desviación son el resultado, y la incertidumbre forma parte de él, no es un adorno.
- **Descubra que del papel al laboratorio hay un trecho**: el instrumento (la cámara) deja su huella en los datos, y esa huella se modela y se descuenta en lugar de ignorarse.
- **Valore la validación por un método independiente**: el radio del espejo grande se contrasta con una medida puramente geométrica (la sagita), y se discute la discrepancia con sus incertidumbres.
- **Ponga la física en diálogo con el arte**: el campo de visión de un espejo convexo permite contrastar el resultado de un ejercicio con lo que el pintor representó, y entender por qué el espejo de 1434 tenía que ser como es.

Fundamento

Imagen virtual. Un espejo convexo forma siempre una imagen virtual, derecha y menor, situada detrás del espejo. Se ve, porque el ojo o el objetivo hacen converger los rayos divergentes, pero no existe ningún punto del espacio donde esos rayos se corten: no puede recogerse en una pantalla ni localizarse con una regla. El método clásico de enfocar sobre una pantalla, válido para lentes y espejos cóncavos, aquí no sirve.

La ecuación del espejo. Con el convenio de signos DIN (luz de izquierda a derecha, distancias positivas hacia la derecha del vértice), la ecuación del espejo esférico y el aumento lateral (A) son:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f'} \qquad A = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \tag{1}$$

En el espejo convexo el centro de curvatura queda detrás (R > 0), el objeto delante ($s = -|s|$) y la imagen detrás ($s' = |s'|$). Sustituyendo $s' = A\cdot|s|$ en (1), la distancia imagen desaparece: la focal queda en función de dos cosas medibles, el aumento y la distancia del objeto:

$$\frac{1}{A} = 1 + \frac{|s|}{f} \tag{2}$$

De cada fotografía, con su $|s|$ y su A, se despeja una focal f; con ella, R = 2f. No hace falta medir nunca dónde está la imagen.

La cámara también cuenta. La altura y′ no se mide sobre la imagen, sino sobre una fotografía, usando el diámetro del espejo como escala. Pero el borde del espejo está a una distancia D de la cámara y la imagen virtual está más lejos, a $D + |s'|$; en cualquier foto lo más lejano sale más pequeño, así que la imagen medida aparece reducida en el factor $D/(D + |s'|)$. Al incorporar esto a (2) y usar que $|s'|/A = |s|$, el término de perspectiva no depende de f y la relación completa es:

$$\frac{1}{A} = 1 + |s|\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{D}\right) \tag{3}$$

La corrección es exacta, no añade parámetros libres y solo pide medir D con la cinta. Su peso es f/D: un 6 % con la cámara a 5 m del espejo grande, un 28 % con la cámara a 70 cm del espejo pequeño. Omitirla haría que la focal dependiera de dónde se coloca la cámara, lo que no tiene sentido físico.

El patrón mecánico: la sagita. Un espejo convexo es un casquete esférico. Si se apoya una regla sobre él, toca solo el vértice y en el borde queda un hueco h (la sagita o flecha). Con el radio del espejo (media cuerda), el triángulo rectángulo entre el centro de la esfera, el vértice y el borde da por Pitágoras $(R - h)^2 + a^2 = R^2$, es decir:

$$R = \frac{a^2}{2h} + \frac{h}{2} \tag{4}$$

Es una medida independiente de la óptica, pero hipersensible: como $R \approx a^2/2h$, el error relativo de R es el de h, y un milímetro en la sagita del espejo grande mueve el radio un 6 %. En el espejo pequeño la sagita es de tres décimas de milímetro y no puede medirse; ahí solo queda el método óptico.

Cuánto mundo cabe en un espejo. Para un observador lejano, los rayos que llegan al ojo son paralelos al eje. En el borde del espejo la normal pasa por el centro de la esfera y forma con el eje un ángulo α tal que $\operatorname{sen}\alpha = a/R$; el rayo reflejado sale a 2α del eje, y el del borde opuesto a −2α. El campo abarcado es por tanto

$$campo = 4\,arcsen\left(\frac{a}{R}\right) \tag{5}$$

No depende del tamaño del espejo sino de qué trozo de esfera es. Un espejo plano ($R \to \infty$) solo devuelve lo que tiene enfrente; media esfera lo devuelve todo.

Contexto histórico. La reflexión en espejos esféricos la estudia de forma sistemática Ibn al-Haytham (Alhacén, s. XI) en su *Kitāb al-Manāẓir*; traducido al latín, funda la óptica perspectivista medieval (Bacon, Witelo, Pecham), que es la que se enseñaba en Europa cuando Van Eyck pinta en 1434. La noción de imagen virtual y la aproximación paraxial llegan con Kepler (1604). Un dato técnico es decisivo aquí: en el siglo XV no se sabía fabricar espejos planos de calidad. Un espejo se hacía soplando un globo de vidrio, vertiendo dentro metal fundido y recortando un casquete. El resultado era necesariamente convexo y pequeño; su forma no es una elección estética sino una consecuencia tecnológica.

Materiales

- Espejo convexo del banco óptico ENOSA conservado en el departamento (Ø 2,89 cm), y espejo cóncavo del mismo banco para el contraste inicial.
- Espejo convexo de seguridad, de ferretería (Ø 29,3 cm).
- Objeto de altura conocida para cada espejo (3,485 cm para el ENOSA; 72,8 cm para el grande), pantalla blanca.
- Teléfono móvil con teleobjetivo, sobre trípode, con exposición, enfoque y zoom bloqueados; cinta métrica, regla y calibre.
- Ordenador con ImageJ (software libre) y hoja de cálculo. Reproducción en gran formato del cuadro.

Procedimiento experimental

0. **El cuadro y la pregunta.** Se presenta el *Retrato de Giovanni Arnolfini*: qué es, cuándo se pintó, y el papel del espejo convexo en él (amplía el campo de visión y mete en la escena la calle, al pintor y a los testigos). Se cuenta que el cuadro estuvo en el Alcázar de Madrid, que Velázquez pudo estudiarlo y que su huella está en *Las meninas*. Y se plantea la pregunta que guía la demostración: ¿cómo se determina el radio de curvatura de un espejo así, y era posible que un espejo de 1434 mostrase lo que el pintor mostró en el cuadro?
1. **Ver y no poder atrapar.** Con el espejo cóncavo se recoge en la pantalla la imagen de una ventana o de una bombilla; con el convexo se intenta lo mismo, delante y detrás, y no aparece nada, aunque la imagen se vea con claridad. Se fija con el alumnado la diferencia entre ver una imagen y recogerla.
2. **Montaje.** Espejo, objeto y cámara alineados a la misma altura. Se mide con la cinta la distancia cámara–vértice D (70 cm en el pequeño, 5,00 m en el grande) y con el calibre el diámetro de la zona reflectante. La cámara no se toca entre tomas.
3. **Serie de fotografías.** Cinco distancias objeto–vértice $|s|$ (de 10 a 40 cm en el ENOSA, de 1 a 4 m en el grande). Antes de cada toma se pide al alumnado anticipar si la imagen crecerá o menguará.
4. **Medida sobre la foto.** En ImageJ se fija la escala con el diámetro del espejo y se mide la altura de la imagen y' en cada fotografía. Se calcula $A = y'/y$.

ISSN: 2990-0271 Real Sociedad Española de Física y Real Sociedad Española de Química

5. **Análisis.** De cada fotografía se despeja su focal con (3): $1/f = (1/A - 1)/|s| - 1/D$. Se obtienen cinco valores de f; el resultado es su media, y la desviación típica de los cinco es la incertidumbre. $R = 2f$.
6. **Contraste mecánico.** En el espejo grande se mide la sagita apoyando una regla en el vértice y midiendo el hueco en el borde con el calibre; se calcula R con (4), con su incertidumbre, y se compara con el valor óptico.
7. **Vuelta al cuadro.** Con (5) se calcula el campo de visión de cada espejo y el que necesitaría el espejo del matrimonio Arnolfini para mostrar lo que muestra.

Conclusiones

Resultados. Espejo ENOSA: las cinco fotografías dan focales que coinciden entre sí dentro de un 4 %; **f = 19 ± 1 cm, R = 39 ± 2 cm**. Es la primera determinación de este espejo, y la única posible: su sagita sería de 0,3 mm. Espejo grande: las cinco focales coinciden dentro de un 3 %; **f = 30 ± 1 cm, R = 60 ± 2 cm**. La sagita medida (h = 1,61 cm, a = 14,65 cm) da R = 67 ± 4 cm, donde los ± 4 cm vienen casi enteros del milímetro de incertidumbre en h. Los dos intervalos no se solapan, pero la diferencia, 7 ± 4 cm, es compatible con cero a 1,6σ: los métodos son coherentes dentro de sus errores. El sospechoso es el mecánico, por su sensibilidad a h y porque bastan 2 mm de sagita (una regla apoyada en el marco y no en el vidrio) para explicar la diferencia. Presentar los dos y discutir la discrepancia enseña más que un solo número que «sale bien».

Del papel al laboratorio. Sin la corrección de perspectiva, el espejo pequeño habría dado 15 cm en vez de 19, con cinco focales igual de coherentes entre sí: la dispersión no avisa de un sesgo que afecta a todas las fotos por igual. La lección es que el modelo del experimento incluye al instrumento que mide, y que un resultado bonito no es garantía de resultado correcto.

El cuadro. Aplicando (5):

Espejo	Ø	R	a/R	Campo
Espejo convexo de seguridad (medido)	29,3 cm	60 cm	0,244	56°
El del cuadro, con el R del ejercicio del libro	30 cm	77 cm	0,195	45°
El del cuadro, con lo que Van Eyck pinta	30 cm	26 cm	0,574	140°

Tabla 1. Resultados obtenidos.

Nuestro espejo grande mide 29,3 cm de diámetro y las cinco fotografías dan f = 30 ± 1 cm, es decir, R = 60 ± 2 cm: con (5), un campo de visión de 56°. El del Arnolfini tiene un diámetro parecido —unos 30 cm, deducidos del tamaño de los esposos— y en él caben las dos paredes, la ventana, la cama, el techo y la puerta por la que entran dos personas: unos 140°, dos veces y media lo que abarca el nuestro. Con ese diámetro, 140° exigen un radio de unos 26 cm; no un espejo casi plano, sino un casquete profundo, con el radio por debajo de su propio diámetro ($R \approx 0{,}87$ Ø, sea cual sea la escala). La forma encaja con la técnica del siglo XV, que cortaba el casquete de un globo de vidrio soplado. Lo que no encaja es el tamaño: ese globo mediría 52 cm, y los sopladores de entonces trabajaban con globos de menos de diez centímetros, de los que salían espejos de mano.

ISSN: 2990-0271 Real Sociedad Española de Física y Real Sociedad Española de Química

El ejercicio del libro de texto de Física de 2.º Bachillerato de la Editorial Casals, que plantea justamente el cálculo de este radio, llega a $R \approx 77$ cm; con 30 cm de diámetro eso son 45°, y con 45° no cabrían en el espejo ni la ventana ni la cama. El desajuste tiene causa: (2) es una aproximación paraxial y este espejo trabaja a 70° del eje. Así que Van Eyck no se saltó la óptica —el espejo que pintó es coherente consigo mismo—, pero difícilmente pudo existir: el catálogo de la National Gallery ya advierte que está pintado más grande de lo que se sabía fabricar entonces (Campbell, 1998), y nuestras cuentas dicen por qué. Queda además lo más útil en clase: el tamaño de un espejo no dice nada de su curvatura, y con la Física de 2.º Bachillerato se puede contrastar un resultado publicado. La física del aula corrige al ejercicio y confirma al pintor.

Lo que hemos aprendido nosotros. Cuando se quiere enseñar un concepto llevándolo a un caso práctico, lo que se le muestra al alumnado es la parte real de la física: la que explica el mundo, pero no con verdades absolutas ni rígidas, sino con aproximaciones que sirven para la gran mayoría de los casos. Al ponerse a estudiar un caso concreto aparecen sus dificultades (una imagen que no se deja medir, una cámara que deforma, una regla que apoya donde no debe) y hay que aplicar lo aprendido para seguir aproximándose. Diseñar esta demostración nos ha obligado a recorrer ese camino entero, y creemos que eso es precisamente lo que merece la pena que el alumnado vea.

Sara M. Alonso Ruiz* y **Raúl Suárez García**
IES Alisal, Santander
*Contacto: alonsoruizsara@gmail.com

Biografía

- Apio, J. Manel- Gómez, P. (2019). Física, 2.º Bachillerato. Casals Unidad 8, «Física en contexto: El matrimonio Arnolfini, de Jan van Eyck», p. 288.
- Criminisi, A., Kemp, M. y Kang, S. B. (2004). Reflections of Reality in Jan van Eyck and Robert Campin. *Historical Methods*, 37(3), 109–122.
- González-Cano, A. (2015). Alhacén: una revolución óptica. *Arbor,* 191(775), a262.
- Kemp, M. (2000). *La ciencia del arte. La óptica en el arte occidental de Brunelleschi a Seurat.* Akal.
- Panofsky, E. (1934). Jan van Eyck's Arnolfini Portrait. *The Burlington Magazine*, 64, 117–127.
- National Gallery, Londres. The Arnolfini Portrait, ficha NG186.
- Experimento en el que nos hemos inspirado: práctica de banco óptico «Reflexión en espejo convexo» (PHYWE), de la que se toma la idea de medir el aumento a varias distancias.

Declaración de uso de Inteligencia Artificial. Se han empleado herramientas de IA generativa (Claude) como apoyo en el análisis de los datos, en la deducción de la corrección de perspectiva, en la generación de las figuras y animaciones con Python, en la elaboración de los documentos de apoyo y como apoyo y revisor de este guion. El diseño de la demostración, la toma de medidas, la interpretación física y las decisiones sobre el contenido son de los autores.