

A vueltas con la centrípeta y la centrífuga · Fernando Ignacio de Prada Pérez de Azpeitia

El aspecto dinámico del movimiento circular se encuentra entre los contenidos que más dificultad ofrece a los estudiantes preuniversitarios. Uno de los problemas es la confusión entre la fuerza centrípeta, que tira de los cuerpos hacia el interior, y el efecto centrífugo que experimentan, malinterpretado como una fuerza real denominada centrífuga.¹ Con el objetivo de mejorar la comprensión de este punto, partiendo de un enfoque didáctico-recreativo que busca fomentar la curiosidad y el deseo de aprender, se presentan una serie de retos. Se trata de demostraciones que forman parte del proyecto premiado en la XII edición del certamen de divulgación *Ciencia en Acción*, patrocinado por la RSEF y RSEQ, en la categoría *Demostraciones de Física*.

Centrípeta vs. centrífuga

Para que los cuerpos describan trayectorias curvilíneas, deben experimentar una aceleración y, según la segunda ley de Newton, una fuerza. En general, la fuerza resultante y la aceleración se pueden descomponer en una componente normal o centrípeta (dirigida hacia el centro de la curva) y en otra tangencial (tangente a la curva). En el movimiento circular uniforme la rapidez no cambia, por tanto, la componente tangencial es nula. Sí que lo hace de forma constante la dirección de la velocidad, debido a la aceleración centrípeta, que en este caso será perpendicular a la velocidad, al igual que la fuerza centrípeta. Esta fuerza es la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en dirección radial e igual al producto de la masa (inercial) por la aceleración centrípeta. Dicha masa inercial, resultante de la ley fundamental de la dinámica, convendría diferenciarla de la masa gravitatoria, consecuencia de la ley de gravitación universal: aunque coincidan en valor, difieren en significado.² Cualquier fuerza, o combinación de fuerzas, puede originar una aceleración centrípeta, pero no debe ser malinterpretada como una fuerza más entre todas las que actúan sobre el cuerpo, sino como una fuerza resultante.³

Cuando el observador describe una curva, o monta en una atracción giratoria, experimenta un efecto de empuje que actúa radialmente hacia el exterior de la curva: esto ha llevado a confundirlo como una fuerza de sentido opuesto a la centrípeta, mal llamada centrífuga (Figura 1).

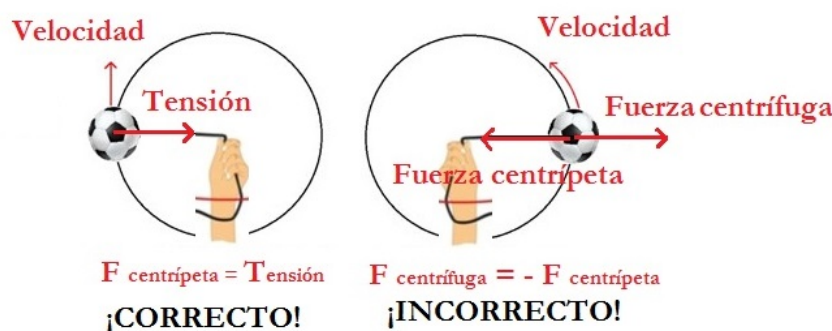


Figura 1. Interpretación correcta de las fuerzas que actúan sobre una pelota con MCU en rotación horizontal, unida al extremo de una cuerda (vista superior). Fuente: El autor

Hay que tener en cuenta que las leyes de la dinámica newtoniana solo son aplicables a sistemas de referencia inerciales (sin aceleración), que no es el caso cuando el observador gira en una plataforma rotatoria. Aunque nuestro cuerpo la perciba como una fuerza real, es un efecto semejante al que aparentemente nos empuja hacia atrás cuando un vehículo arranca: no existe realmente para un observador en reposo. A este efecto, se le suele citar como una fuerza inercial producida por efecto de la inercia de los cuerpos al moverse en torno a un eje, que tienden a seguir una trayectoria tangencial y alejarse del centro de la circunferencia.⁴

¿Cómo visibilizar la dirección de la velocidad de forma luminosa?

Para hacer visible, de una forma brillante, la dirección del vector velocidad de un cuerpo que gira describiendo una circunferencia, se necesita una taladradora en la que se inserta, y fija bien fuerte, una pequeña bengala de chispas cuyo alambre se dobla (Figura 2a) para que al girar describa una circunferencia. Como medida de seguridad, conviene dejar cierta distancia de seguridad, con respecto a personas y materiales inflamables, en la dirección en que salen las chispas. Una vez bien fijada la bengala se enciende (sin que gire) para analizar en qué dirección salen las chispas. A continuación, se conecta la taladradora y, cuando la bengala gire rápidamente, se analizan las líneas trazadas por las chispas al salir despedidas, para compararlas con las que se producían en reposo (<https://youtu.be/9eI3tTtkhw>)

Cuando la bengala no gira, la dirección de las chispas es aleatoria. Sin embargo, cuando está en movimiento describiendo una trayectoria circular (Figura 2b), se pueden realizar las siguientes consideraciones:

- La dirección de la velocidad lineal de la bengala no es la misma en todos los puntos; va cambiando a cada instante y apunta en la dirección del movimiento. Como consecuencia, existirá una aceleración centrípeta: la bengala está acelerando constantemente (Figura 2c).

- La dirección de la trayectoria descrita por las chispas al salir despedidas de la bengala es tangente a la trayectoria en cada punto de la circunferencia, al igual que la dirección de la velocidad. Los vectores velocidad y aceleración centrípeta son perpendiculares entre sí, en cada punto de la trayectoria.

- Al aumentar la velocidad de giro, aumenta la rapidez de la bengala y más rápido cambia la dirección de las chispas: la aceleración centrípeta es proporcional a la velocidad.



Figura 2. a. Material. b. Fotografía de larga exposición de la bengala girando. c. Representación de la dirección de la velocidad y de la aceleración centrípeta. Fuente: El autor.

¿Es posible levantar una pelota haciéndola girar?

Aplicando una fuerza centrípeta, es posible levantar una pelota de ping-pong, sin tocarla con las manos directamente, y mantenerla girando en el interior de una copa con fondo ancho y la parte superior más estrecha (tipo balón). Para ello, hay que situar la pelota sobre una superficie lisa y horizontal, y encima de ella, la copa boca abajo, de manera que estén lateralmente en contacto. A continuación, realizando rápidos giros con la muñeca, se hace rotar la copa de forma que arrastre la pelota y la haga girar. En el momento en que la copa adquiere la velocidad suficiente, es posible levantarla suavemente y que la pelota ascienda por la pared describiendo una trayectoria circular mientras se mantiene el movimiento de giro (<https://youtu.be/Sa-A0DobV6M>).

Cuando la pelota se encuentra girando sobre la copa (Figura 3a), sin considerar el rozamiento, actúa la fuerza peso (P) y la fuerza tangencial que ejerce sobre la superficie curva del vidrio. De acuerdo a la tercera ley de Newton, sobre la pelota actuará una fuerza de reacción, de igual magnitud y dirección (perpendicular a la superficie), pero de sentido contrario, la fuerza normal (N), que forma un ángulo (α) sobre la horizontal (Figura 3b) y se puede descomponer en dos ejes:

$$\text{Eje horizontal: } N_x = N \cos \alpha \quad \text{Eje vertical: } N_y = N \sin \alpha$$

La componente horizontal de la fuerza normal (N) proporciona la fuerza centrípeta (F_c), responsable de la aceleración centrípeta (a_c), que actúa sobre la masa (m) de la pelota para mantenerla girando: $F_c = N \cos \alpha = m a_c$

La componente vertical de la fuerza de reacción (N) es la que contrarresta al peso (P), como indica la igualdad: $N_y = P$. Esta situación es semejante a la de hacer girar una tuerca dentro de un globo, hasta conseguir que describa un bucle horizontal sin caerse (Figura 3 c).

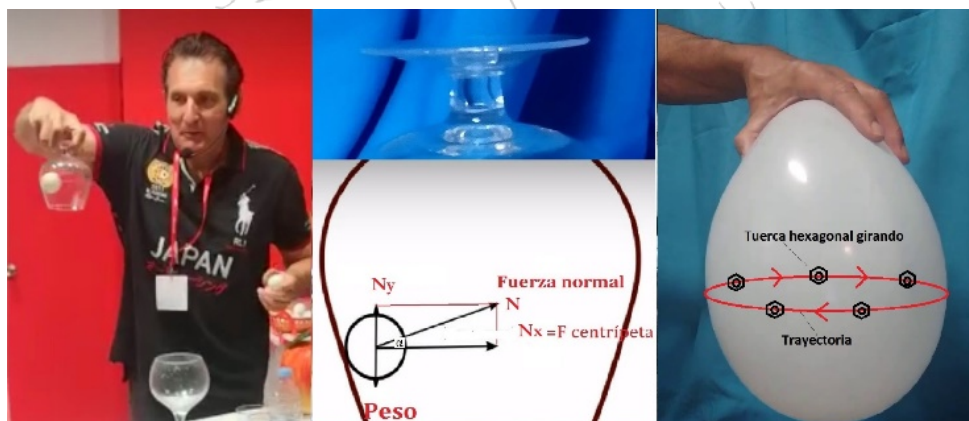


Figura 3. a. Demostración en la XIII edición de Ciencia en Acción (Villadecans, Barcelona) b. Componentes de la fuerza normal sobre la pelota. c. Tuerca giratoria. Fuente: El autor.

En una atracción giratoria, ¿se inclinan igual las sillas ocupadas que las vacías?

El sentido común puede llevar a pensar que cuando giran los columpios de un carrusel, se inclinarán más los asientos libres, por tener menos masa, que los que están ocupados. Para comprobarlo, se realiza una simulación empleando un paraguas, al que se le ha quitado el asa e insertado en la broca de un taladro.⁵ Por otro lado, en los extremos de las varillas del paraguas, se atan mediante unos hilos varios cuerpos, de masas m y $2m$, a distintas distancias al eje del bastón, r y $r/2$ (Figura 4a). Una vez que el sistema gira con velocidad angular constante, el movimiento puede considerarse como circular uniforme, y es posible medir y calcular algunas magnitudes características. Por ejemplo, a partir de la medida del tiempo que tardan los cuerpos en describir un número de vueltas determinado, se puede obtener el periodo y la frecuencia. Estos datos permiten calcular la velocidad angular (ω) y, junto al radio (r), la velocidad lineal (v) y la aceleración centrípeta (a).

Desde el punto de vista dinámico, la tensión de la cuerda que sujeta a los cuerpos cuando giran, y que forma un ángulo (α) respecto a la vertical, se puede descomponer en sus componentes vertical (T_y) y horizontal (T_x), ambas representadas en la Figura 4c (para una atracción de sillas voladoras):

$$T_y = T \cos \alpha \quad T_x = T \sin \alpha$$

Por un lado, la componente vertical de la tensión es la que equilibra la fuerza peso, que es igual a la masa gravitatoria (mg) por la aceleración de la gravedad (g). Así, en un carrusel giratorio, las sillas ocupadas tienen mayor masa gravitatoria que las vacías, y son atraídas por la Tierra con una fuerza mayor:

$$T_y = P = m_g g$$

Por otro lado, la componente horizontal es la que proporciona la fuerza centrípeta (F) que hace girar a los cuerpos, que depende de la resistencia del cuerpo a cambiar de velocidad o masa inercial (m), velocidad angular y radio de giro. Así, cuanto mayor sea la masa inercial de las sillas, mayor será la fuerza centrípeta ejercida:

$$T_x = F_c = m_i \cdot a_c = m_i \omega^2 r$$

Dividiendo miembro a miembro las dos componentes de la tensión y teniendo en cuenta que, al tener el mismo valor las masas inercial y gravitatoria se compensan ($m_i = m_g$), resulta la siguiente expresión del ángulo de inclinación:

$$\frac{T_x}{T_y} = \tan \alpha = \frac{m_i \omega^2 r}{m_g g} \rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{\omega^2 r}{g}\right)$$

De esta ecuación, se deduce que el ángulo de inclinación de los objetos al girar depende de la velocidad angular y del radio de giro (no de la masa).

Se puede comprobar (https://youtu.be/QhFTxX_VZz0) que los cuerpos más alejados del eje de giro, aunque tengan igual velocidad angular, se inclinan más que los más próximos, y que la inclinación es la misma para todos los cuerpos situados a la misma distancia del eje (Figura 4b), no dependiendo de la masa del cuerpo. Algo semejante a lo que le sucede a las sillas voladoras de un carrusel (Figura 4c)



Figura 4. a. Montaje. b. Demostración en *ConCienciArte* (Círculo de Bellas Artes, Madrid). c. Fuerzas que actúan sobre los cuerpos al girar en las sillas de un carrusel. Fuente: El autor.

¿Puede un cuerpo ligero levantar a otro más grande y “pesado”?

Para lograr que un cuerpo pueda levantar y equilibrar a otro de masa mucho mayor, se utiliza un tubo de plástico, con una cuerda en su interior, en uno de cuyos extremos se ata un pequeño cuerpo (p. ej. un muñeco) y, en el otro, uno de mayor masa (Figura 5a). Con el tubo en vertical, y la masa grande suspendida en la parte inferior de la cuerda, ejercemos con la mano impulsos giratorios al tubo para que empiece a girar la masa pequeña (situada arriba) y describa una trayectoria circular. A partir de cierta velocidad angular, el cuerpo de mayor masa empezará a ascender, alcanzando el equilibrio cuando la velocidad angular se mantenga constante (<https://youtu.be/48Cp2hiRur4>). Para mantener la masa grande suspendida en el

aire, la fuerza resultante (F) de las fuerzas verticales que actúan sobre ella tiene que ser cero; para ello, la fuerza gravitacional o peso (P), que actúa verticalmente hacia abajo, debe ser contrarrestada por otra fuerza, la tensión (T), ejercida por la cuerda al tirar del cuerpo, que actúa verticalmente hacia arriba:

$$F_t = P + T = 0$$

Como la cuerda pasa a través del tubo, redirige la fuerza peso ejercida sobre la masa gravitacional (M) y la tensión de la cuerda, que actúa sobre la masa inercial (m) en el plano horizontal. Esta fuerza, responsable del movimiento circular uniforme, es la fuerza centrípeta (F). Se ha supuesto que no hay rozamiento entre la cuerda y el tubo, y que la masa de la cuerda es despreciable frente a la de los cuerpos; de esta forma, la tensión en la cuerda es la misma en ambos extremos de la cuerda e igual a la fuerza centrípeta que hace girar al muñeco. Por otro lado, si la masa m es pequeña y la rapidez alta, el plano de rotación se puede considerar horizontal (Figura 5b). De esta forma, la fuerza total actuaría horizontalmente y sería la fuerza responsable de la aceleración centrípeta.⁶ Teniendo en cuenta estas consideraciones, la fuerza centrípeta (mw^2r) que hace girar a la masa m será igual a la fuerza gravitatoria (Mg) que actúa sobre la masa M (Figura 5c), lo que permite deducir la velocidad angular (w) necesaria para mantener el equilibrio, en función de la masa gravitacional (M), la masa inercial (m) y el radio (r):

$$F_c = P \rightarrow mw^2r = Mg \rightarrow w = \sqrt{\frac{Mg}{mr}}$$



Figura 5. a. Material. b. Demostración en la DDD (Zaragoza). c. Esquema de fuerzas. Fuente: El autor.

El equilibrio de la manzana se puede alterar modificando la velocidad de giro de la masa menor y, por tanto, la fuerza centrípeta que actúa sobre ella: al aumentar la velocidad angular, aumentarán la aceleración y la fuerza centrípeta, haciendo que la masa M se eleve. Si se aumenta esta masa, p. ej., agregando una pesa, la velocidad angular requerida para elevarla y sostenerla en equilibrio tendrá que aumentar.

¿Cómo poner en órbita una bandeja con vasos de agua sin derramarla?

Un experimento clásico de la dinámica es hacer girar rápidamente en círculo un cubo con agua y que esta no se derrame. Una variante más llamativa consiste en voltear verticalmente una bandeja ligera (de aglomerado) con cuatro vasos llenos de agua. A unos centímetros de cada vértice de la bandeja se realizan sendos agujeros por los que se pasa una cuerda, haciendo un nudo por su parte inferior para que no se salgan. A continuación, se anudan los extremos superiores de las cuerdas para facilitar el agarre con la mano (Figura 6a). Primero, hay que balancear la bandeja suavemente de un lado a otro varias veces. Seguidamente, se la hace girar rápidamente para que describa un movimiento circular (bucle vertical) en el que ni los vasos caerán ni el agua se derramará (<https://youtu.be/KJZI-zBZFps>). Este tipo de movimientos, en que la rapidez es variable, se clasifica como circular acelerado dado que, además de la aceleración normal, existe una aceleración tangencial.⁷

Cuando sujetamos con la mano las cuatro cuerdas unidas a la bandeja, la fuerza peso del conjunto tira de ellas y, como consecuencia, se origina una tensión en cada cuerda, siendo la tensión total (T) la suma de las cuatro tensiones. Al describir una circunferencia y estar la bandeja invertida (Figura 6b), la tensión resultante impide que la fuerza gravitatoria haga caer los vasos con agua, empujándolos hacia el centro en dirección radial y manteniéndolos en movimiento (Figura 6c).



Figura 6. a. Bandeja con vasos de agua coloreada. b. Demostración en el stand de la RSEF durante la XII edición de la feria *Madrid es Ciencia*. c. Diagrama de fuerzas. Fuente: El autor.

En el punto más alto del bucle, sobre la masa del sistema (bandeja y vasos actúan dos fuerzas en dirección radial y hacia el centro: la tensión que ejercen las cuerdas (T) y la gravitatoria que ejerce la Tierra (P). La fuerza resultante (F) es responsable de la aceleración centrípeta. Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección radial, y tomando el sentido positivo hacia el interior, se obtiene la tensión total de las cuerdas en función de la masa (m), la velocidad (v) y el radio(r):

$$F_t = P + T_A = ma_c \rightarrow mg + T_A = \frac{mv_A^2}{r} \rightarrow T_A = m\left(\frac{v_A^2}{r} - g\right)$$

Tanto la bandeja, como los vasos de agua, no caerán mientras la tensión en el punto más alto sea distinta de cero. Cuando la tensión es nula, se obtiene la rapidez mínima ($v^2=gr$). Si no hay tensión, la cuerda se aflojará y no describirá un círculo. Si nos centramos en el agua, sobre ella actuarían la fuerza gravitatoria (P) y la fuerza que ejerce la superficie del vaso (N). De forma semejante, la velocidad mínima para que el agua no caiga y se siga moviendo en círculo, es que la fuerza normal sea cero.⁸

Bibliografía

1. Casadellà, J. y Bibiloni, L. (1985). La construcción histórica del concepto de fuerza centrípeta en relación con las dificultades de su aprendizaje. *Enseñanza de las ciencias*, 3 (3), pp. 217-224.
2. Alonso, M. (1996). La enseñanza del concepto de masa a partir de un modelo de enseñanza como investigación. *Alambique*, 9, pp. 109-119.
3. De Jong, M. L. (1988). What name should be used for the force required to move a mass in a circle? *Phys. Teach.* 26, pp. 470-471.
4. Young, H. D. y Freedman, J. A. (2009). *Física universitaria*. Vol. 1. México: Pearson Educación.
5. Prada, F. y Martínez, J. A. (2020). El parque de atracciones como laboratorio de física. *Revista Española de Física*. 34 (4), pp. 29-31.
6. Giancoli, D. C. (2008). *Física para ciencias y tecnología*. Vol. 1. México: Pearson Educación.
7. Serway, R.A. y Jewett, J. W. (2008). *Física para ciencias e ingeniería*. Vol. 1. México: Cengage Learning Editores.
8. Tipler, P. A. y Mosca, G. (2004). *Física para la ciencia y tecnología*. Vol. 1. Barcelona: Reverté.

Fernando Ignacio de Prada Pérez de Azpeitia
GEDH, RSEF-RSEQ
DEDF, RSEF
fernando.pradaperez@educa.madrid.org